



TRADUCTION D'INÉQUATIONS ET OPTIMISATION

Un luthier et ses deux apprentis fabriquent des violons qu'ils vendent partout à travers le monde à des musiciens de grande renommée. Depuis qu'il pratique ce métier, un art en soi, le luthier crée quelques modèles de violons dont deux sont très populaires; le premier modèle est fait de bois d'érable et le second de bois d'épicéa. Le violon en épicéa est plus populaire que celui en érable depuis plusieurs années. Chaque année, le luthier vend au moins 14 violons en épicéa de plus que le double du nombre de violons en érable. De plus, il vend chaque année au moins 18 violons en érable et au maximum 100 violons en épicéa. Soit x le nombre de violons en épicéa et y le nombre de violons en érable.

Questions

1. Traduis algébriquement cette situation en un système d'inéquations.
2. Représente graphiquement ce système d'inéquations dans un plan cartésien.
3. Quelles sont les coordonnées des sommets du polygone de contraintes?
4. Quelle fonction optimise cette situation, c'est-à-dire quelle fonction représente le maximum de violons d'érable et d'épicéa que le luthier peut espérer vendre en une année?
5. Quel est le nombre maximal de violons en érable et en épicéa que le luthier peut espérer vendre en une année selon les contraintes?

STATISTIQUES — MESURES DE POSITION ET À TENDANCE CENTRALE

Rémi est employé dans une usine de papier journal. Il a tout récemment été affecté à une nouvelle tâche qui consiste à couper les mandrins, des rouleaux de carton très épais sur lesquels le papier est enroulé. Grâce à la technologie, Rémi n'a pas besoin de tailler les mandrins de ses propres mains, mais il doit programmer la machine qui s'en charge. Chaque jour, son patron lui amène une description du nombre et de la longueur des mandrins à couper, ce qui varie en fonction des commandes des clients. Rémi doit être très méticuleux pour faire ce travail, car s'il ne place pas adéquatement le mandrin dans la machine, la longueur des mandrins ne sera pas exacte. Toutefois, une erreur de 0,2 millimètre est permise pour les mandrins de 100 centimètres. Les données suivantes représentent l'erreur de longueur en millimètres de mandrins coupés par Rémi un avant-midi.

-0,02 0,13 -0,11 0,09 -0,12 -0,13 -0,12 0,07 -0,10 -0,16 0,18 -0,12 0,13 -0,06 -0,05
0,17 0,08 -0,04 0,17 0,10 -0,16 0,01 -0,07 -0,11

Questions

1. Quels sont le mode, la médiane et la moyenne de cet échantillon?
2. Détermine le rang cinquième et le rang centile de cet échantillon.
3. Détermine l'étendue, les quartiles, l'étendue quartile, l'intervalle semi-interquartile et l'écart moyen de cet échantillon.
4. Quels sont la variance et l'écart-type de cet échantillon?

STATISTIQUES — CORRÉLATION

Martine vient juste de déménager dans sa nouvelle maison et celle-ci est chauffée à l'aide d'un poêle à bois à combustion lente. L'automne arrive à grands pas et Martine doit absolument acheter du bois de chauffage avant le début de l'hiver. Lorsqu'elle se rensei-



gne sur le bois de chauffage, on lui donne toujours le prix du bois en fonction de l'essence, de la quantité et de la période où le bois a été coupé. Le bois coupé l'été même est toujours moins cher que le bois coupé l'été précédent. Martine apprend que le taux d'humidité contenue dans une buche influence l'énergie totale émise par la buche lors de sa combustion. Voici des données que Martine a trouvées en faisant une recherche dans Internet sur le taux d'humidité d'une buche et l'énergie émise (en kilowatt) pour un kilogramme de buche. La première coordonnée représente le taux d'humidité en pourcentage d'une buche donnée et la deuxième coordonnée représente l'énergie émise (kW/kg) pour sa combustion complète.

(25 ; 14,0)	(20 ; 16,2)	(20 ; 17,1)	(27 ; 14,5)	(20 ; 17,7)	(21 ; 15,9)	(15 ; 24,3)
(24 ; 16,5)	(24 ; 14,8)	(16 ; 19,8)	(26 ; 14,8)	(29 ; 14,0)	(15 ; 21,2)	(28 ; 15,2)
(25 ; 16,0)	(18 ; 17,0)	(23 ; 15,6)	(18 ; 19,8)	(17 ; 21,0)	(16 ; 22,4)	(14 ; 26,8)

Questions

1. Quel pourcentage de buches libèrent moins de 15.5 kW/kg dans cet échantillon?
2. Représente graphiquement cette situation à l'aide d'un nuage de points.
3. Détermine si la corrélation est parfaite, forte, faible ou nulle et si elle est positive ou négative.
4. Détermine le coefficient de corrélation de cette situation.
5. Détermine l'équation de la droite de régression.
6. Dans tes mots, explique la relation qui existe entre le taux d'humidité d'une buche et l'énergie émise par celle-ci et explique ce phénomène de façon scientifique. Est-ce que Martine devrait choisir du bois sec ou du bois humide?

CONIQUES — CERCLE

Un artisan fabricant de meubles, M. Léopold, décide de bâtir une petite étagère de forme arrondie. Il possède une planche de merisier de 26 centimètres par 34 centimètres. Il veut construire l'étagère de façon à ce que chaque tablette soit légèrement plus petite que la précédente de bas en haut. Étant donné que Léopold est un passionné de mathématiques, il décide de la grandeur des tablettes en déterminant quatre équations de cercle que voici :

$$(A) (x - 9)^2 + (y - 5)^2 = 49$$

$$(B) (x + 5)^2 + (y - 7)^2 = 25$$

$$(C) (x + 5)^2 + (y + 4)^2 = 36$$

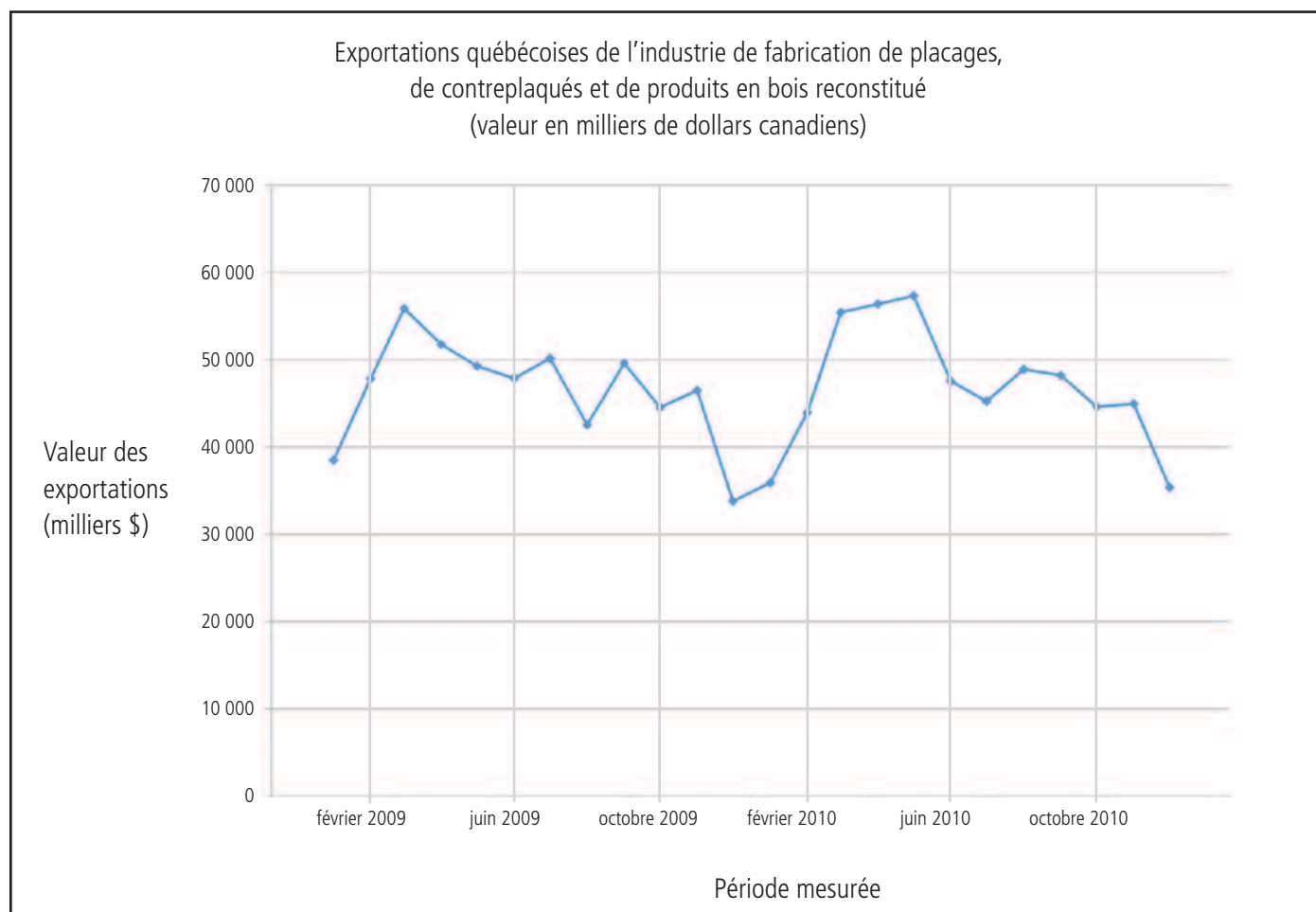
$$(D) (x - 7)^2 + (y + 8)^2 = 16$$

Questions

1. Trouve le centre et la mesure du rayon des cercles A, B, C et D.
2. Quelle est la différence de superficie des tablettes que Léopold a choisies?
3. Dans quel ordre seront assemblées les tablettes de bas en haut?
4. Quelle tablette inclut l'origine du plan cartésien s'il est en plein centre de la planche?
5. Dessine les tablettes dans un plan cartésien de la même grandeur que la planche du menuisier, c'est-à-dire un plan dont le domaine est $(-17, 17)$ et le codomaine est $(-13, 13)$.
6. Détermine l'équation de la tangente du cercle A au point $(16, 5)$ et l'équation de la tangente du cercle C au point $(-7, -9,65685)$.



FONCTIONS À VARIABLES RÉELLES



Source : INDUSTRIE CANADA. 2011. www.ic.gc.ca

Questions

1. Pour les 24 mois illustrés dans le graphique, c'est-à-dire à quel moment les exportations ont-elles été les plus importantes?
2. Pour les 24 mois illustrés, c'est-à-dire à quel moment les exportations ont-elles été les plus basses?
3. Combien y a-t-il de maximums relatifs et de minimums relatifs dans ce graphique?
4. Décris tous les intervalles de croissance et de décroissance des exportations québécoises de placages, de contreplaqués et de produits de bois reconstitué pour la période de janvier 2009 à décembre 2009.
5. De façon qualitative, commente la fluctuation des exportations durant la période illustrée dans le graphique.

FONCTION LINÉAIRE

Pauline veut se procurer des planches de bois franc pour recouvrir le plancher de sa salle à diner. Les planches de chêne rouge qu'elle a choisies se vendent 3,50 \$ l'unité. Pour la finition, Pauline a également besoin de vernis qui coute 60 \$. Elle n'a pas besoin d'acheter d'autres équipements puisqu'elle a autrement tout ce dont elle a besoin. Il ne lui reste plus qu'à mesurer la grandeur de la pièce à recouvrir pour déterminer le nombre de planches dont elle aura besoin. Une relation existe entre le nombre de planches à acheter et le montant total déboursé par Pauline pour recouvrir le plancher de sa salle à diner.



Questions

1. Quelle équation représente cette relation? Identifier les variables.
2. Remplis le tableau suivant en te basant sur la situation réelle.

Équation		Zéros	
Type de graphique		Positive	
Domaine		Négative	
Codomaine		Croissante	
Maximum		Décroissante	
Minimum			

3. Si la salle à diner mesure 34.0 m^2 et que la dimension d'une planche de chêne rouge est de 8 cm par $3,6 \text{ m}$, quel sera le cout de recouvrement du plancher, et ce, en incluant des taxes de 15% ?

FONCTION SINUS

Plusieurs usines de papier journal utilisent le brulage de copeaux de bois dans une chaudière pour fournir de la chaleur, nécessaire pour la formation de la feuille de papier. La formule suivante décrit de très près la relation qui existe entre la température à l'intérieur de la chaudière, déterminée par la quantité de copeaux dans la chaudière, et le temps. L'appareil contrôlant la température et l'alimentation en copeaux est doté d'un système électronique de pointe, ce qui rend la fonction température ($f(x)$) par apport au temps (x) très précise et régulière.

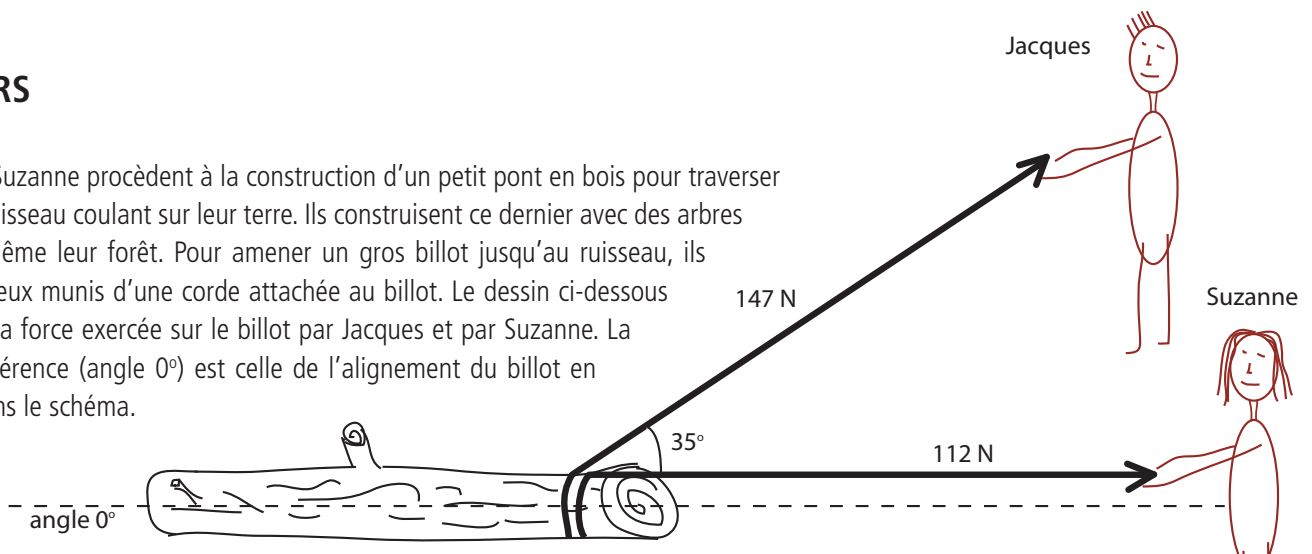
$$f(x) = -3 \sin 0,5(x - 2\pi) + 855$$

Questions

1. Illustre cette relation sur un graphique.
2. Quelles sont la période, la fréquence et l'amplitude de cette fonction?
3. Quelle équation représente la réciproque de cette fonction? Illustre la réciproque sur le graphique de la question 1.
4. Que se passe-t-il à la minute 22 et à la minute 47?

VECTEURS

Jacques et Suzanne procèdent à la construction d'un petit pont en bois pour traverser à pied un ruisseau coulant sur leur terre. Ils construisent ce dernier avec des arbres coupés à même leur forêt. Pour amener un gros billot jusqu'au ruisseau, ils sont tous deux munis d'une corde attachée au billot. Le dessin ci-dessous représente la force exercée sur le billot par Jacques et par Suzanne. La ligne de référence (angle 0°) est celle de l'alignement du billot en pointillé dans le schéma.



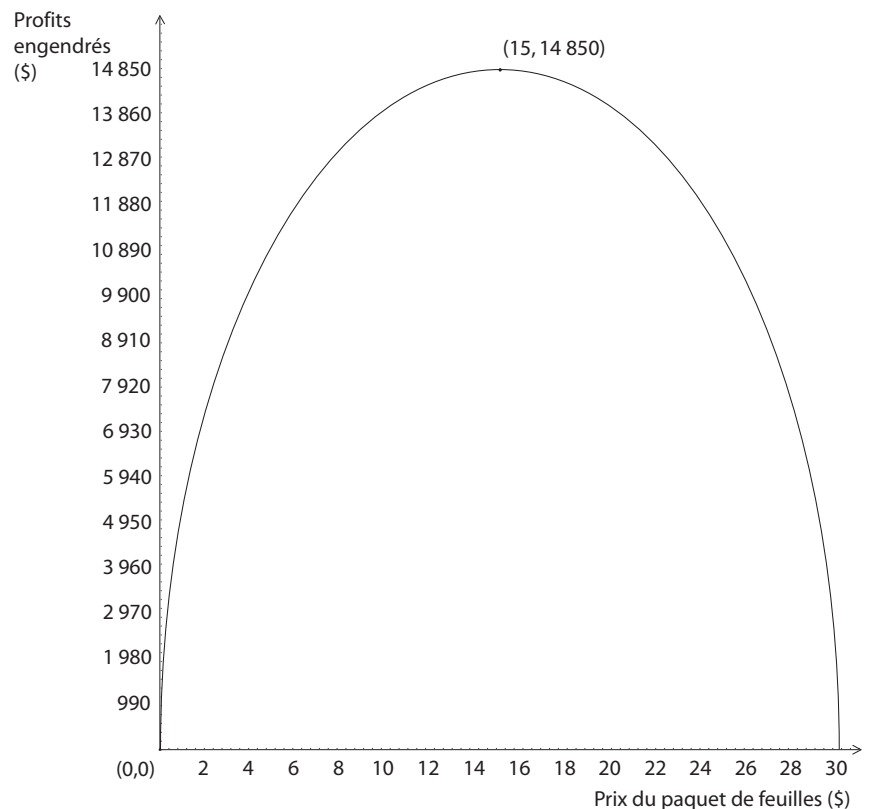


Questions

1. Quelle est la force totale appliquée sur le billot?
2. Quel est l'angle formé par le vecteur de la force totale appliquée sur le billot?
3. Quelle est la force appliquée sur le billot dans le même sens que l'alignement de celui-ci?
4. Après un moment, un ami de Jacques se joint à eux. Il s'agrippe à la corde de Jacques et double ainsi la force appliquée sur cette corde. Quelle est la force totale appliquée sur le billot à présent?
5. Commentez l'augmentation de la force totale par apport à la force supplémentaire appliquée.

FONCTION QUADRATIQUE

Elsa est responsable du marketing d'une entreprise spécialisée dans la production de papiers fins et elle doit décider du prix d'un tout nouveau type de papier. Selon des études de marché, il existe une relation entre le prix demandé pour un produit et les profits engendrés par la vente du produit. La relation entre le prix d'un paquet du nouveau papier et le nombre de profits engendrés par la vente de ces paquets de papier a la forme d'une parabole telle qu'illustrée ci-dessous.



Questions

1. Quelle équation représente cette relation?
2. Remplis le tableau suivant.

Équation		Axe de symétrie	
Graphique		Zéros	
Domaine		Positive	
Codomaine		Négative	
Maximum		Croissante	
Minimum		Décroissante	
Sommet		Valeur(s) de y pour $x = 8$	

3. Quel prix devrait suggérer Elsa pour le nouveau papier afin d'assurer des profits maximums pour l'entreprise?



FONCTION LOGARITHMIQUE

Une firme d'ingénieur forestier vient de faire un gain monétaire significatif à la suite d'un contrat important pour la compagnie Domtar. Pour faire fructifier son gain, la firme investit un montant de 20 000 \$ à un taux d'intérêt annuel de 6 %. La capitalisation des intérêts se fait sur une base annuelle. Lorsqu'ils retirent leur investissement, celui-ci a une valeur de 32 819.34 \$.

Questions

1. Détermine la formule représentant cette fonction du capital acquis en fonction du temps (formule des intérêts composés).
2. Calcule, en années, la durée du placement.

CONIQUES

Un détaillant de meubles en bois vend des tables de salon ayant la forme d'une ellipse. Il possède plusieurs modèles de dimensions variées et en fabrique de différentes essences d'arbre. Le modèle de plus populaire depuis quelques mois est conçu à partir d'érable, il mesure 40 centimètres de hauteur et la dimension du dessus de la table est définie par la formule suivante :

$x^2/5625 + y^2/1600 = 1$. Les mesures sont toutes en centimètres.

Questions

1. Quelles sont les coordonnées des sommets et des foyers de cette ellipse si l'on positionnait le dessus de cette table dans un plan cartésien?
2. Donne la forme générale de la formule.
3. Dessine l'ellipse dans le plan cartésien suivant, en indiquant toutes les coordonnées importantes.

